นสพ.เดลินิวส์ ฉบับวันศุกร์ที่ 27 มกราคม 2560

# ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย

เพื่อเตรียมสอบ ONET + 9 วิชาสามัญ + GAT-PAT

**วิชาคณิตศาสตร์ (PAT1 + 9 วิชาสามัญ)**

**ชุดที่ 8 (ตอนที่ 4/5)**


โดยช่วงตั้งแต่ 18 ต.ค. 59-3 มี.ค. 60 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้ ตะลุยโจทย์ ป.6 ในวันอังคาร, ตะลุยโจทย์ ม.3 ในวันพุธ และตะลุยโจทย์ ม.ปลาย ในวันพฤหัส+วันศุกร์

**1.** ถ้า $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ แล้ว $(\log_2 x)^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 25 2) 26 3) 27 4) 28

**2.** กำหนดให้ $f(x) = 10 - \frac{16}{x}$ ถ้า c เป็นค่าคงตัวซึ่ง $2 \le c \le 8$ และ $f'(c)$ มีค่าเท่ากับความชันของเส้นตรงซึ่งผ่านจุด (2, f(2)) และ (8, f(8)) แล้ว c มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 4 2) 5 3) $\frac{8}{5}$ 4) $\pm 4$

**3.** ให้ $A = \{x \mid x^2 + 4x - 11 \le 0\}$ และ $B = \{x \mid \log_{1/3} |x-1| \ge 2\}$ ถ้า $A \cap B = [a, b]$ แล้ว a + b มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

**4.** ในรูปสามเหลี่ยม ABC ถ้า $\hat{C} = 3 \cdot \hat{A}$, a = 27 หน่วย และ c = 48 หน่วย แล้ว b เท่ากับกี่หน่วย

1) 33 2) 35 3) 37 4) 39

**5.** กำหนดสมการ $z^6 + z^3 + 1 = 0$ ถ้าสมการนี้มีคำตอบเป็นจำนวนเชิงซ้อนจำนวนหนึ่งซึ่งมีอาร์กิวเมนต์ $\theta$ ระหว่าง 90° และ 180° แล้ว $\theta$ มีขนาดกี่องศา

1) 170° 2) 160° 3) 150° 4) 120°

**6.** ผลลัพธ์ของ $\sqrt{2} + \sqrt{6 - 2\sqrt{8}}$ มีค่าเท่ากับจำนวนใดต่อไปนี้

1) 2 2) 3
3) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 4) $2\sqrt{6}$

## เฉลย

**1. เฉลย 3)** 27

เนื่องจาก $\log_8 x = \frac{1}{\log_x 8} = \frac{1}{3\log_x 2} = \frac{1}{3}\log_2 x$

และ $\log_8(\log_2 x) = \frac{1}{3}\log_2(\log_2 x)$

ดังนั้น สมการที่กำหนดให้สมมูลกับ

$$\log_2(y/3) = \frac{1}{3}\log_2 y \qquad \text{...(1)}$$

เมื่อ $y = \log_2 x$

จาก (1) ; $\log_2 (y/3)^3 = \log_2 y$

ดังนั้น $\left(\frac{y}{3}\right)^3 = y$

นั่นคือ $y(y^2 - 27) = 0$ ...(2)

เนื่องจาก $y \neq 0$ ไม่เช่นนั้นแล้วทั้งสองข้างของสมการ (1) จะไม่มีความหมาย ดังนั้นจะได้จาก (2) ว่า $y^2 = (\log_2 x)^2 = 27$

**2. เฉลย 1)** 4

ความชันของเส้นตรงซึ่งผ่านจุด (2, f(2)) และ (8, f(8)) เท่ากับ

$$\frac{f(8) - f(2)}{8 - 2} = \frac{\left(10 - \frac{16}{8}\right) - \left(10 - \frac{16}{2}\right)}{6} = 1$$

จาก $f(x) = 10 - \frac{16}{x}$

$= 10 - 16x^{-1}$

จะได้ $f'(x) = 16x^{-2} = \frac{16}{x^2}$

ถ้า $f'(c)$ มีค่าเท่ากับความชันของเส้นตรงซึ่งผ่านจุด (2, f(2)) และ (8, f(8)) แล้วจะได้

$$\frac{16}{c^2} = 1$$
$$c^2 = 16$$
$$c = \pm 4$$

แต่ $2 \le c \le 8$ ดังนั้น $c = 4$

**3. เฉลย 2)** 2

พิจารณา $A = \{x \mid x^2 + 4x - 11 \le 0\}$

ในการหาคำตอบของอสมการ $x^2 + 4x - 11 \le 0$

อาจสังเกตว่า $y = x^2 + 4x - 11$ เป็นพาราโบลาหงายมีระยะตัดแกน x หรือคำตอบของสมการ $x^2 + 4x - 11 = 0$ เท่ากับ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-11)}}{2(1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{60}}{2} = -2 \pm \sqrt{15}$ กราฟของพาราโบลา $y = x^2 + 4x - 11$ บนช่วง $-2 - \sqrt{15} < x < -2 + \sqrt{15}$ อยู่ใต้แกน x นั่นคือ $x^2 + 4x - 11 \le 0$ เมื่อ $-2 - \sqrt{15} \le x \le -2 + \sqrt{15}$ ดังนั้น $A = [-2 - \sqrt{15}, -2 + \sqrt{15}]$

พิจารณา $B = \{x \mid \log_{1/3}|x - 1| \ge 2\}$

สังเกตว่า ฟังก์ชันลอการิทึมฐาน $\frac{1}{3}$ เป็นฟังก์ชันลด $\log_{1/3}|x - 1| \ge 2$ หมายความว่า $|x - 1|$ คือจำนวนที่เท่ากับ $\frac{1}{3}$ ยกกำลังไม่ต่ำกว่า 2 นั่นคือ $\log_{1/3}|x - 1| \ge 2$ หมายความว่า

$$|x - 1| \le \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$
$$-\frac{1}{9} \le x - 1 \le \frac{1}{9}$$
$$\frac{8}{9} \le x \le \frac{10}{9}$$

ดังนั้น $B = \left[\frac{8}{9}, \frac{10}{9}\right]$ และ $A \cap B = B = \left[\frac{8}{9}, \frac{10}{9}\right] = [a, b]$

และจะได้ $a + b = \frac{8}{9} + \frac{10}{9} = 2$

**4. เฉลย 2)** 35

จากกฎของไซน์ ; $\frac{27}{\sin A} = \frac{48}{\sin 3A}$

ใช้เอกลักษณ์ $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$

จะได้ $\frac{48}{27} = \frac{16}{9} = \frac{\sin 3A}{\sin A} = 3 - 4\sin^2 A$

แก้สมการหาค่าของ sin A จะได้ $\sin A = \frac{\sqrt{11}}{6}$ และจะได้ $\cos A = \frac{5}{6}$ (cos A น้อยกว่า 0 ไม่ได้เพราะ $0° < 3A < 180°$) ใช้กฎของไซน์อีกครั้ง จะได้

$$\frac{b}{\sin(180° - 4A)} = \frac{27}{\sin A} \text{ หรือ } b = \frac{27 \sin 4A}{\sin A}$$

เนื่องจาก $\sin 4A = 2\sin 2A \cos 2A$

$= 4\sin A \cos A (\cos^2 A - \sin^2 A)$

ดังนั้น $b = 27 \cdot 4 \cdot \frac{5}{6}\left(\frac{25 - 11}{36}\right) = 35$

**5. เฉลย 2)** 160°

แทนค่า $w = z^3$ สมการที่กำหนดให้จะกลายเป็น $w^2 + w + 1 = 0$

ซึ่งมีคำตอบเป็น $w_1 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ และ $w_2 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$

อาร์กิวเมนต์ของ $w_1$ คือ $\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{-1/2}\right) = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = 120°$

อาร์กิวเมนต์ของ $w_2$ คือ $\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}/2}{-1/2}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = 240°$

สมการ $w_1 = z^3$ หรือ $z = w_1^{1/3}$ มีคำตอบเป็นจำนวนเชิงซ้อน 3 จำนวน (ค่าของ z) ซึ่งมีอาร์กิวเมนต์เป็น $\frac{120°}{3} = 40°$, $\frac{120° + 360°}{3} = 160°$, $\frac{120° + 720°}{3} = 280°$

สมการ $w_2 = z^3$ หรือ $z = w_2^{1/3}$ มีคำตอบเป็นจำนวนเชิงซ้อน 3 จำนวน (ค่าของ z) ซึ่งมีอาร์กิวเมนต์เป็น $\frac{240°}{3} = 80°$, $\frac{240° + 360°}{3} = 200°$, $\frac{240° + 720°}{3} = 320°$

จะเห็นได้ชัดว่าอาร์กิวเมนต์ของคำตอบที่สองเท่านั้นคือ 160° ที่มีค่าระหว่าง 90° และ 180°

**6. เฉลย 1)** 2

เนื่องจาก $\sqrt{6 - 2\sqrt{8}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{8} + 2}$

$= \sqrt{(\sqrt{4})^2 - 2\sqrt{4}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{(\sqrt{4} - \sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{4} - \sqrt{2}$

ดังนั้น $\sqrt{2} + \sqrt{6 - 2\sqrt{8}} = \sqrt{4} = 2$

**นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่**
**www.bunditnaenaew.com**